**1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**1.1. Понятие функции**

Рассмотрим множество элементов ****** и множество  элементов **.**

***Определение.*** Если каждому элементу ****** ставится в соответствие по некоторому закону единственный элемент ******, то говорят, что на множестве задана *функция*  со значениями в множестве .

Элементы  - значения функции, элементы ****** - значения аргумента. Множество  – область определения функции, - множество значений функции. Если  и – множества действительных чисел, то функцию называют действительной функцией одного аргумента.

 - закон, по которому устанавливается соответствие элементов, чаще всего, задается аналитически, то есть с помощью формулы. Аналитически функция может быть задана:

* явно: когда формула разрешена относительно **.** Например, .
* неявно: когда формула не разрешена относительно **.** Например, .
* параметрически: когда ****** и заданы в виде явных функций

параметра : . Например, .

***Определение.*** Графиком функции  называется множество точек плоскости с координатами .

Рассмотрим функцию  с областью определения  и множеством значений ***1*** и функцию  с областью определения ***2*** иобластью значений  .

***Определение.*** Если область определения ***2*** функции  включает в себя множество значений ***1*** функции , то говорят, что на множестве определена сложная функция  c областью значений .

Например, ***,*** *****1=*** *и**, ****2=()****. Таким образом, - сложная функция.*

***Определение.*** Пусть  - функция, имеющая областью определения множество *D* и областью значений множество *Е****,*** такова, что из условия  следует , тогда каждому  соответствует единственное значение, такое, что. Тем самым определена новая функция  с областью определения *Е* и областью значений *D*.  и  называют взаимно обратными функциями.

Например,  *и* .

***Определение.*** Функция  называется четной, если удовлетворяет условию  и нечетной, если.

***Определение***. Функция  называется периодической, если существует положительное число  (период функции) такое, что  для любого .

***Определение.*** Функция  называется строго возрастающей (убывающей) при , если для любых  выполняется  (). Строго возрастающая и строго убывающая функции называются строго монотонными.

***Определение.*** Окрестностью точки  называется любой открытый промежуток, содержащий эту точку.  (эпсилон)- окрестностью точки  называется промежуток  длины  с центром в точке .

* 1. **Предел функции**

Пусть переменная  стремится к  (), то есть принимает значения сколь угодно близкие к , но не равные ему.

***Определение.*** *Число А называют пределом функции*  в точке  (при ), если для любого сколь угодно малого  существует такое положительное число , что для всех , удовлетворяющих неравенству , выполняется неравенство . При этом пишут

.

Если  неограниченно возрастает, то говорят, что  стремится к плюс бесконечности: ; если неограниченно убывает, то .

***Определение.*** Число А называют пределом функции  при  (), если для любого сколь угодно малого существует такое положительное число M, что для всех , удовлетворяющих неравенству  () выполняется неравенство . При этом пишут

.

***Определение.*** Число А называют правым односторонним пределом функции  при , если для любого сколь угодно малого  существует такое положительное число , что для всех , удовлетворяющих неравенству , выполняется неравенство . Пишут

.

Аналогично определяется левый односторонний предел функции в точке.

* + 1. **Свойства пределов**

1. Если в окрестности точки : , то.
2. Если существуют конечные пределы функций  и  в точке , то существуют пределы суммы, разности, произведения и частного этих функций (если), причём
   * ,
   * 
   *  ,
   * .
3. Пусть существует предел  и предел . Пусть в некоторой окрестности точки  , за исключением, быть может, самой точки , тогда существует предел сложной функции

